

第2讲 实数

一、无理数

无理数

定义：_____小数又叫无理数. 如：_____、_____、_____ (举例)

无理数小数部分的确定：确定一个非完全平方数的算术平方根的小数部分，先确定这个无理数夹在哪两个相邻的_____之间，则较小的自然数就是这个无理数的_____部分，再用这个无理数_____去整数部分就得到它的小数部分.

|| 例题

1. 在 3.14 , $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{0.25}$, $0.1\dot{2}$, $\frac{22}{7}$, $\frac{\pi - 3.14}{5}$, $0.2020020002\cdots$, $-\sqrt[3]{216}$, $\sqrt[3]{9}$ 中, 无理数有 () .
- A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

|| 练习

2. 下列各数 $0.4\dot{5}\dot{6}$ 、 $\frac{3\pi}{2}$ 、 $(-\pi)^0$ 、 3.14 、 0.80108 、 $\pi - |1 - \pi|$ 、 $0.1010010001\cdots$ 、 $\sqrt{4}$ 、 $0.451452453454\cdots$ 其中无理数的个数是 () .
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

|| 例题

3. 估计 $\sqrt{22}$ 的值在 () .
- A. 3和4之间 B. 4和5之间 C. 5和6之间 D. 6和7之间
4. 设 n 为正整数, 且 $n < \sqrt{65} - 1 < n + 1$, 则 n 的值为 () .
- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

|| 练习

5. 估计 $\sqrt{19}$ 的值在 () .
- A. 2和3之间 B. 3和4之间 C. 4和5之间 D. 5和6之间

6. 估算 $\sqrt{27} - 3$ 的值在 () .

A. 2和3之间

B. 3和4之间

C. 4和5之间

D. 5和6之间

|| 例题

7. 实数 $\sqrt{41}$ 的小数部分是 () .

A. $6 - \sqrt{41}$

B. $\sqrt{41} - 6$

C. $7 - \sqrt{41}$

D. $\sqrt{41} - 7$

8. 设无理数 $\sqrt{17}$ 的整数部分为 m , 小数部分为 n , 则 $m - n + \sqrt{17} =$ _____ .

|| 练习

9. 如果 $\sqrt{5}$ 的小数部分为 a , $\sqrt{37}$ 的整数部分为 b , 则 $a + b - \sqrt{5}$ 的值为 _____ .

10. 若 $8 - \sqrt{11}$ 的整数部分是 a , 小数部分是 b , 则 $2ab - b^2 =$ _____ .

|| 例题

11. 对下列事实各举一例:

①两个无理数相加, 结果可能是无理数 _____ ;

②两个无理数相加, 结果可能是有理数 _____ ;

③一个有理数和一个无理数相乘, 结果可能是无理数 _____ ;

④一个有理数和一个无理数相乘, 结果可能是有理数 _____ .

|| 练习

12. 下列说法中: ①无理数是无限小数. ②有理数是有限小数. ③带根号的数是无理数. ④

0.2020020002... (相邻两个2之间0的各数依次加1) 是有理数. ⑤两个无理数的和、积一定是无理数. ⑥一个正数的立方根一定小于它的平方根. 其中正确的有 () .

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

👤 独步天下

13. 有下列三个命题:

(甲) 若 α 、 β 是不相等的无理数, 则 $\alpha\beta + \alpha - \beta$ 是无理数;

(乙) 若 α 、 β 是不相等的无理数, 则 $\frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta}$ 是无理数;

(丙) 若 α 、 β 是不相等的无理数, 则 $\sqrt{\alpha} + \sqrt[3]{\beta}$ 是无理数.

其中正确命题的个数是 ()

A. 0

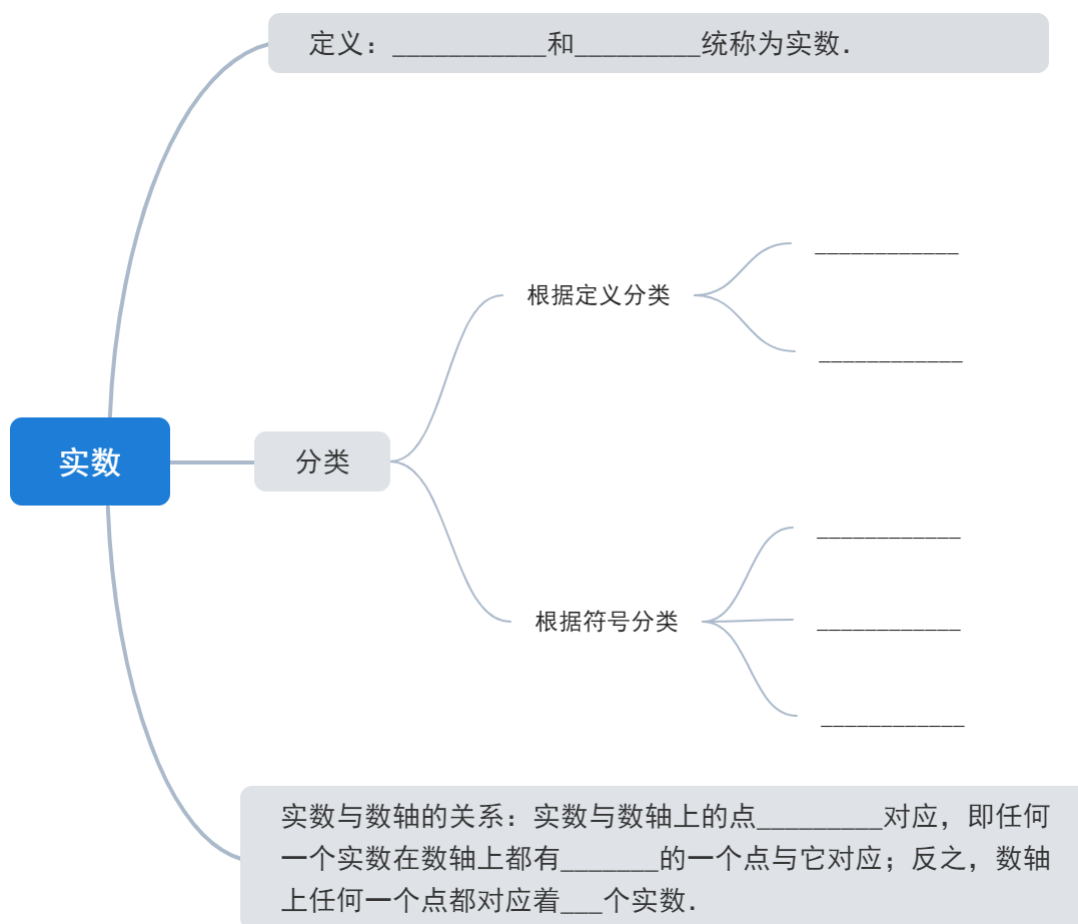
B. 1

C. 2

D. 3

二、实数

1. 实数的定义



例题

14. 下列说法中，错误的个数是（ ）。

- ①实数可以分为有理数和无理数，也可以分为正实数和负实数。
② $\frac{\sqrt{2}}{4}$ 不是分数。③无限小数必是无理数。④两个无理数之积是无理数。

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

15. 把下列各数填入相应的集合内：

$-\frac{1}{2}$, $-\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{2}}{3}$, $\frac{9}{2}$, $-\sqrt[3]{-8}$, 0 , $-\pi$, $0.\dot{2}\dot{1}$, $3.1010010001\cdots$

有理数集合：{ _____ }；

无理数集合：{ _____ }；

整数集合：{ _____ }；

分数集合： $\{ \quad \quad \quad \}$ ；

正实数集合： $\{ \quad \quad \quad \}$ ；

负实数集合： $\{ \quad \quad \quad \}$ 。

练习

16. $\pi, \frac{22}{7}, -\sqrt{2}, \sqrt{9}, 3.14, 0.61414, 0.1001000100001 \dots$ 这7个实数中，无理数的个数是（ ）。

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

17. 下列各语句中错误的个数为（ ）。

①最小的实数和最大的实数都不存在；②任何实数的绝对值都是非负数；③任何实数的平方根是互为相反数；④若两个非负数的和为零，则这两个数都为零。

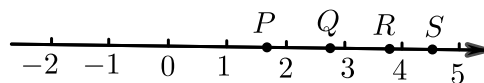
- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

18. 下列说法：(1)无限小数都是无理数；(2)实数与数轴上的点一一对应；(3)任何实数都有平方根；(4)无理数就是带根号的数；(5)正数、负数统称有理数；其中说法正确的有（ ）。

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

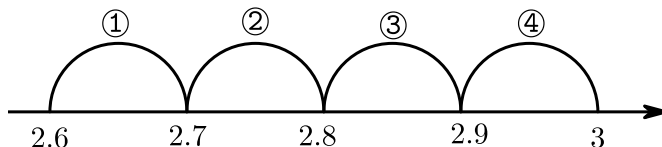
例题

19. 如图，数轴上表示实数 $\sqrt{3}$ 的点可能是（ ）。



- A. 点P B. 点Q C. 点R D. 点S

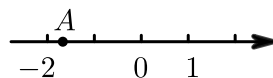
20. 在数轴上标注了四段范围，如图，则表示 $\sqrt{8}$ 的点落在（ ）。



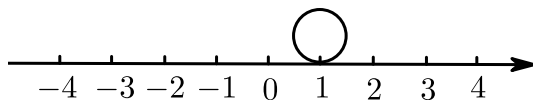
- A. 段① B. 段② C. 段③ D. 段④

练习

21. 如图，数轴上的点A能与实数 $-\sqrt{5}, -\sqrt{3}, -\frac{1}{2}, \sqrt{2}$ 对应的是 _____。



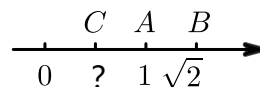
22. 有一个直径为1的小圆可以在数轴上无滑动的滚动，小圆上的一点从数轴上表示1的点开始，滚动一周后这个点表示的数为（ ）.



- A. $1 + \pi$ B. $1 - \pi$ C. $1 + \pi$ 或 $1 - \pi$ D. π

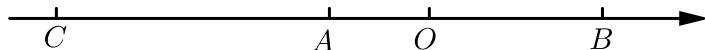
 独步天下

23. 数轴上表示1, $\sqrt{2}$ 的对应点分别为A, B, 点B关于点A的对称点为C, 则点C所表示的数是（ ）.

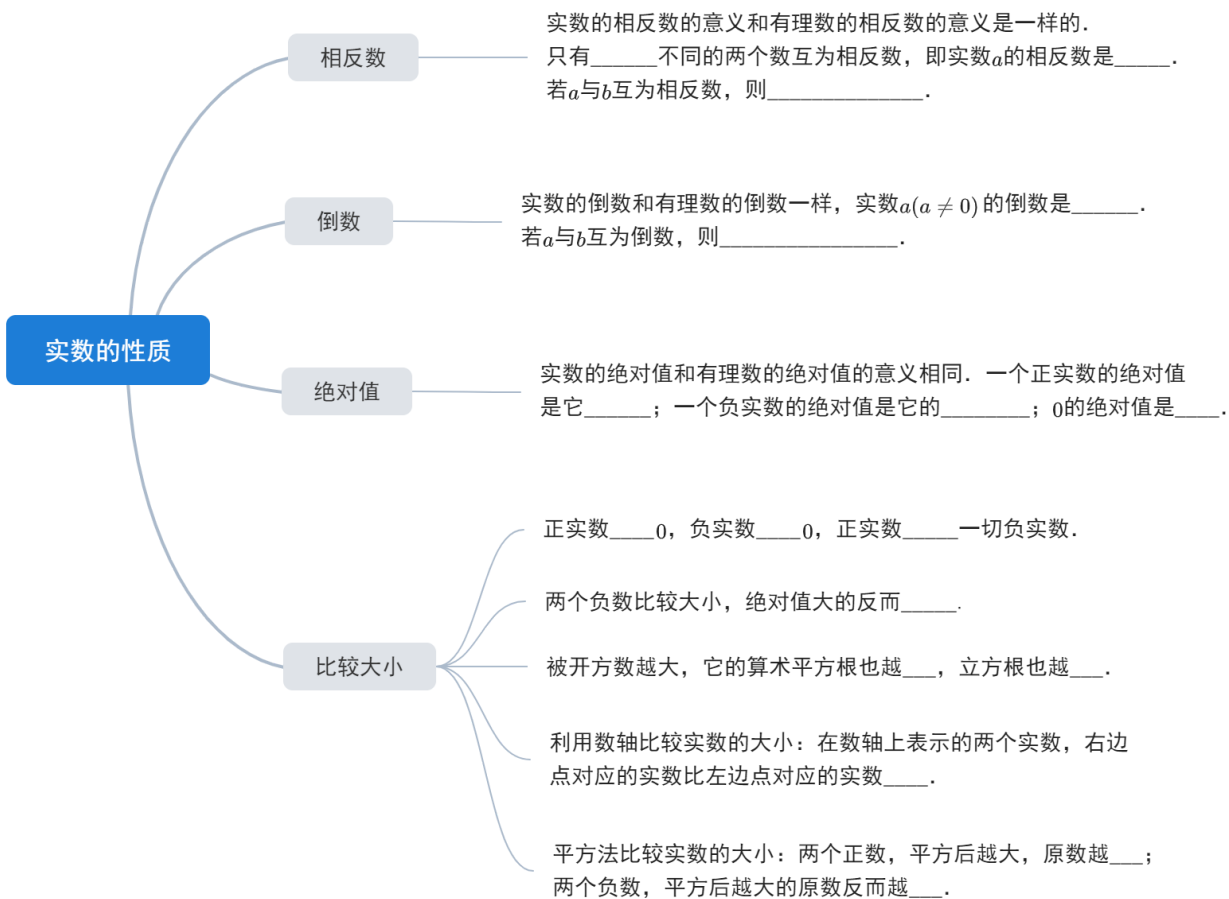


- A. $\sqrt{2} - 1$ B. $1 - \sqrt{2}$ C. $2 - \sqrt{2}$ D. $\sqrt{2} - 2$

24. 如图，数轴上A, B两点表示的数分别为-1和 $\sqrt{3}$, 点B关于点A的对称点为C, 则点C所表示的数为 _____ .



2. 实数的性质



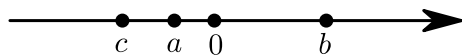
例题

25. $\sqrt{2} - 1$ 的相反数是_____， $-\sqrt[3]{-6}$ 的绝对值是_____。 $|\sqrt{2} - 3| =$ _____。
26. 下列说法中错误的是()。
- A. 数轴上的点与全体实数一一对应 B. a, b 为实数，若 $a < b$ ，则 $\sqrt{a} < \sqrt{b}$
- C. a, b 为实数，若 $a < b$ ，则 $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$ D. 实数中没有最小的数
27. 比较实数 $-2, -\sqrt{5}, -\sqrt[3]{7}$ 的大小_____。(用“<”号连接)

练习

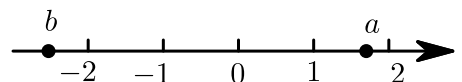
28. $2 - \sqrt{5}$ 的绝对值是_____。
29. $\sqrt{3} - 2 + \sqrt{5}$ 的相反数是_____； $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ 的倒数是_____； $-\sqrt{5} + 2$ 的绝对值是_____。
30. 比较大小： $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$ _____ $\frac{1}{2}$ 。
31. 比较大小： $2\sqrt{5}$ _____ $3\sqrt{2}$ 。

32. 已知数 a 、 b 、 c 在数轴上的位置如图所示：



化简： $\sqrt{a^2} - |a + c| + \sqrt{(c - b)^2}$ 的结果为_____.

33. 已知 a 、 b 两实数在数轴上对应位置如图所示，化简 $\sqrt{(a - 1)^2} - \sqrt{(b + 2)^2} + \sqrt{(a + b)^2}$.



3. 实数的计算



|| 例题

34. 计算： $\sqrt{(-0.5)^2} + \sqrt[3]{-8} - \sqrt{1\frac{9}{16}}$.

35. 计算： $|\sqrt{2} - 1| - |\sqrt{3} - 2| + |\sqrt{3} - \sqrt{2}|$.

|| 练习

36. 计算：

$$(1) 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{3} - 3\sqrt{2}.$$

$$(2) \sqrt[3]{0.027} - \sqrt[3]{1 - \frac{124}{125}} + \sqrt[3]{-0.001}.$$

$$(3) |1 - \sqrt{2}| + |\sqrt{3} - \sqrt{2}|.$$

37. 计算：

$$(1) (\sqrt{2})^2 - \sqrt{2\frac{1}{4}} - \sqrt{0.16}.$$

$$(2) \sqrt[3]{0.125} - \sqrt{3\frac{1}{16}} + \sqrt[3]{\left(1 - \frac{7}{8}\right)^2}.$$

$$(3) 3(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - 3(\sqrt{2} - 2\sqrt{3}).$$

$$(4) |\sqrt{5} - \sqrt{3}| + |1 - \sqrt{3}| - |\sqrt{5} + 2|.$$